

3. ÅRGANG
NR. 2 / 2004

KEMI MATEMATIK FYSIK i

PERSPETTIV

ALLOMETRISK SKALERING -kæmper, dværge og det normale!

Ifølge den nordiske mytologi blev dværge skabt af de maddiker, der levede i resterne af urjætten Ymers krop ved Verdens skabelse. De bor i underjordiske huler og høje udenfor Asgård. Dværge er små, dødelige væsener, der skyr dagslyset og udmærker sig som smede og skattevogtere.

Jætter er væsner af menneskeskikkelse, der antager fantastiske, overnaturlige størrelser. Jætterne udgør en stamme for sig selv i Udgård, og på trods af, at de ved slægtskab og ægteskab er tæt forbundet med aserne, er de også deres største fjender.

Grænselandet mellem fantasi og virkelighed fascinerer os alle, men hvorfor findes der ikke rigtige kæmper og rigtige dværge i virkelighedens verden?

Musen og elefanten – ens eller forskellige dyr?

Musen og elefanter er begge pattedyr, de har fire ben, en for- og en bagende, og de er begge forsynede med en hale eller en snabel. Så på nær størrelsen er de stort set ens!

Cellen er deres fælles byggesten. Her videregives arven ved deling af DNA, og det er her – inde i mitochondrierne – de kemiske processer foregår, hvor sukkerstoffer nedbrydes til kuldioxid og vand. Ved disse kemiske processer er ATP-molekylet cellernes fælles energigrundlag, og energiudbyttet er det samme i såvel et encellet tøffeldyr som i et bøgetræ, en mus eller i en elefant.

Når grønkornene i alger og planter udnytter lys ved fotosyntesen, sker det også med den samme fotokemi og ved brug af de samme eller lettere modificerede pigmenter og enzymer. Vi møder således store ligheder i arternes stofskifte. De fleste banebrydende udviklinger af stofskiftet var faktisk allerede gennemført hos bakterierne for 3 milliarder år siden. Fællestrækkene i levende organismers opbygning og stofskifte skyldes altså en fælles arv.

Elefanter er omkring en million gange tungere end den mindste mus, men

også udover størrelsen oplever vi elefanter og mus som forskellige. Elefanter bevæger sig med sindighed, mens mus udviser febrilsk aktivitet. Hjertet slår langt hurtigere hos mus, og de spiser i modsætning til elefanter hver dag en mængde mad, der svarer til deres egen vægt – i visse tilfælde endda mere. Noget tyder på, at naturen er således indrettet, at selv om molekylerne og energiudbyttet ved de biokemiske processer er de samme, så kan man ikke bare skalere en mus op til elefantstørrelse og forvente at alt fungerer som hidtil. Det er der forskellige årsager til.

Overflade/volumen-forhold og stofskifte

Når dyr beholder den samme facon men øger størrelsen, sker der voldsomme ændringer i forholdene mellem deres overflade, volumen og vægt.

Hvis et dyr opretholder samme form, men bliver 100 gange større – som fx fra en 3 cm stor mikromus til en 3 m stor elefant – så stiger overfladen med 10.000 gange (100^2) og vægten med 1.000.000 gange (100^3). Overfladen i forhold til vægten bliver derfor 100 gange mindre.

Da varme produceres i cellerne, men optages eller frigives over overfladen,

vil musen fryse ihjel, mens elefanten vil koge, hvis ikke cellernes stofskifte justeres til dyrets størrelse. Stofskiftet (R) stiger da heller ikke i takt med dyrs masse (M). Det stiger derimod med kropsvægten i potensen $3/4$ ifølge den generelle funktion:

$$R = a \cdot M^b$$

hvor a er en normaliseringskonstant, som er nogenlunde den samme for alle pattedyr, og b er en fast potens på $3/4$.

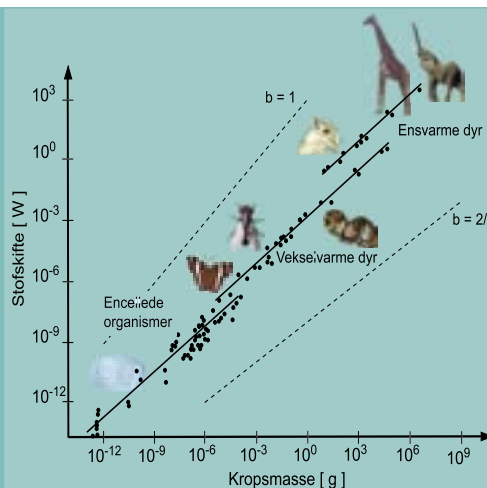
Denne lovmæssighed, der omtales som *3/4-loven*, gælder ikke bare for pattedyr i størrelsesspektret fra mus til elefanter, men kan udstrækkes til det enkelte mitochondriet og til det molekyle, som optager ilt i mitochondriet, jf. figuren.

Hvis det samlede stofskifte hos dyrene stiger med kropsvægten i potensen $3/4$, så må stofskiftet pr. kg legemsvægt (R/M) falde med kropsvægten i potensen $1/4$. Da elefanten som nævnt er omtrent en million gange tungere end den mindste mus, forudsiger sammenhængen, at stofskiftet pr. kg legemsvægt er ca. 30 gange større i musen end i elefanten. Det svarer fint til vores indtryk af mus og elefanter aktivitetsniveau.

Til venstre: Stofskiftet afhænger inden for forskellige dyregrupper af kropsvægten i potensen $b = 3/4$.

Dyregruppernes stofskifte adskiller sig indbyrdes med forskellige normaliseringskonstanter (a), som er meget lavere hos vekselvarme krybdyr og insekter end hos ensvarme fugle og pattedyr.

Til højre: Areal, volumen og overflade/volumen-forholdet for fem forskellige geometriske former.



	AREAL, A	VOLUMEN, V	A/V
Kugle	$4\pi r^2$	$4/3\pi r^3$	$3 r^{-1}$
Cylinder L = 10 r	$22\pi r^2$	$10\pi r^3$	$2,2 r^{-1}$
Rund skive H = 0,1 r	$2,2\pi r^2$	$0,1\pi r^3$	$22 r^{-1}$
Tyndt blad B = 1/3 L H = 0,005 L	$0,68 L^2$	$0,0017 L^3$	$402 L^{-1}$
Tykt blad B = 1/3 L H = 0,1 L	$0,94 L^2$	$0,033 L^3$	$28 L^{-1}$

Maratonmus

Midt under de olympiske lege i Athen indløb der en interessant nyhed fra Salk Institute i San Diego, Californien. Forskere ved instituttet har udviklet en mus, der kan løbe 1800 meter i en trædemølle mod 900 meter for normale mus. *'Almost by definition, athletes and elite runners would have an interest in this because it might make their exercise more efficient'* udtaler professor Ronald Evans fra Salk Institute.

Den større udholdenhed skyldes, at maratonmusen ved genmanipulation er blevet udstyret med flere af de langsomt sammentrækkende muskelfibre (de røde muskelfibre). Til gengæld har musen færre af de hurtige muskelfibre (de hvide muskelfibre), der anvendes ved kraftige præstationer på kort tid.

Det er en indsprøjtning i det befrugtede museæg med et gen, PPAR-Delta, der gennem regulering af andre gener giver effekten. En biopsi af musene viser en markant styrkelse af de røde muskelfibre på bekostning af de hvide fibre.

Kyllinger har røde fibre i lårene og hvide fibre i brystkødet. Lårene skal vedvarende kunne bære deres egen vægt, hvorimod kyllinger som bekendt sjældent flyver og således ikke har brug for de langsomt sammentrækkende muskelfibre.

Forskerne forsøgte også at overfodre maratonmusene. Det viste sig, at musene var immune over for at tage på i vægt. Det øgede antal fedtforbrændende muskelfibre har åbenbart også en gunstig indvirkning mod en fedtholdig kost.



Moderne trædemølle til forskellige videnskabelige undersøgelser af mus.

Alle hjerter slår omkring 1,5 milliarder gange!

Det konstante antal hjerteslag i pattedyrenes levetid er omkring 1,5 milliarder. Små dyr kan så at sige leve med en høj puls i overhalingsbanen og dø efter 1-2 år, mens store dyr kan leve med livet ved lav puls i slæbesporet og opnå en høj alder på 40-50 år.

For at holde stofskiftet i gang hos pattedyr må cellerne forsynes med sukker og ilt via blodet. Det viser sig, at der findes en hel del konstante parametre i denne proces.

For det første sker det i et kredsløb, hvor hjertets vægt (0,7 %), det samlede blodvolumen (7 %) og blodvolumenet i det enkelte hjerteslag udgør en fast procentdel af kropsvægten. Hertil kommer at kapillærernes diametre og blodtrykket også er uafhængige af kropsvægten.

For det andet indeholder blodet lige mange og lige store røde blodlegemer pr. mL hos alle pattedyr – de har samme hæmatokrit, og cellerne optager den samme brøkdel af iltmængden i blodet.

Da dyrenes stofskifte pr. kg legemsvægt aftager med kropsvægten i potensen 1/4 må det tilsvarende derfor gælde for blodtilførslen og dermed også for pulsen. Hjertet slår altså omkring 30 gange hurtigere hos musen sammenlignet med pulsen hos elefanter. På grund af den lavere hjerte- og celleaktivitet lever elefanten derfor meget længere end musen. Musens febrilske aktivitet slider den ganske enkelt hurtigt op.

Det viser sig endvidere, at livslængden hos pattedyr stiger med kropsvægten i potensen 1/4, og da pulsen aftager med kropsvægten i potensen 1/4, må det samlede antal hjerteslag således være nogenlunde konstant.

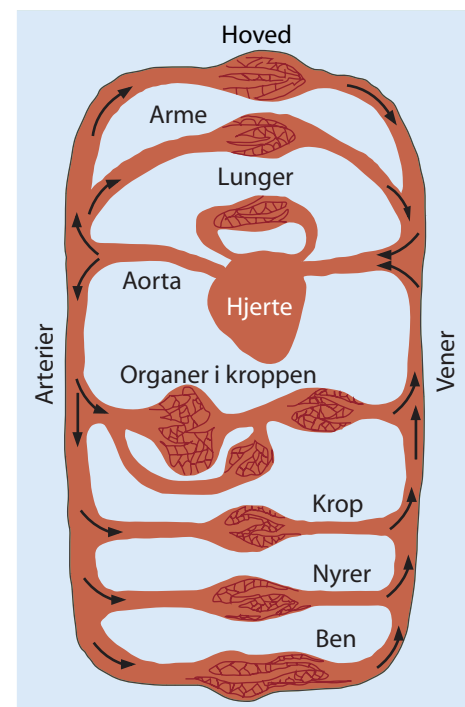
Hjertet som pumpe

Hos mennesket strømmer blodet fra hjertet ud i aorta, hvorfra det fordeles videre ud i arterierne. Når hjertemuskulaturen trækker hjertet sammen sendes blodet ud i arterierne med et maksimalt tryk – det systoliske tryk – der for normale unge mennesker ligger på omkring 120 mmHg over luftens normaltryk.

Arterierne forgrenes til mindre arterier, arteriolerne, der igen forgrenes i myriader af tynde kapillærer, se figuren. Blodet vender derefter tilbage til hjertet gennem venerne.

I fasen mellem to hjerteslag, hvor hjertet er i hvile, finder man det laveste tryk – det diastoliske tryk – der normalt ligger på omkring 80 mmHg over omgivelsernes tryk.

Det lave diastoliske tryk sikrer, at der til stadighed er et tilstrækkeligt stort blodtryk og dermed blodtilførsel til hjernen. Trykket på 80 mmHg svarer til trykket fra lidt over en meter vandsøjle (eller blod, da blodets densitet stort set svarer til vands densitet).



TRYK I VÆSKESØJLER

Trykket i en væskesøjle i en bestemt dybde under væskeoverfladen skyldes vægten af den overliggende væskesøjle samt luftmængden oven over væsken.

For nemheds skyld betragter vi en cylinderformet væskesøjle og luftsøjle, der står på en flade med tværsnitsarealet A i en dybde h under væskeoverfladen. Tyngdekraften F_t på selve væskesøjlen er da

$$F_t = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot h \cdot A \cdot g$$

hvor ρ er væskens densitet og g er tyngdeaccelerationen.

Da trykket er defineret som vægten pr. arealenhed bidrager væskesøjlen til det samlede tryk med

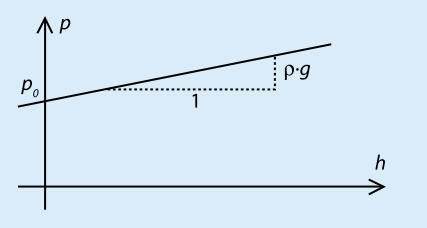
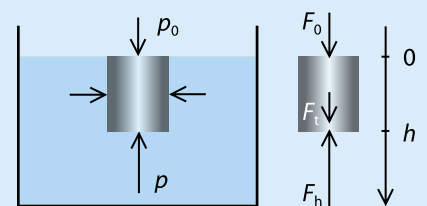
$$p_v = F_t / A = \rho \cdot h \cdot g$$

Hvis vi hertil lægger luftens tryk p_0 på væskeoverfladen – også kaldet barometerstanden – får vi det samlede tryk i dybden h under overfladen

$$p(h) = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Det betyder altså, at trykket ned gennem en væskesøjle stiger proportionalt med væskedybden. Derfor angives tryk ofte som højden af en kviksølv søjle, hvor 760 mmHg svarer til luftens normale tryk.

Da kviksølv har en densitet på 13,6 g/cm³ svarer det til, at atmosfæren kan løfte en vandsøjle, der er 13,6 gange højere end kviksølv søjlen. Atmosfærens tryk svarer altså til trykket fra ca. 10 meter vandsøjle.



Afstanden fra hjertet til hjernen er ca. en halv meter, så hjerte-hjerneafstanden volder normalt ikke noget problem. Men vi kender alle fornemmelsen af at trykket falder, når vi rejser os pludseligt.

Det osmotiske tryk

Kapillærene udgør kontaktfladen mellem blodet og det omliggende væv. Radius er ganske vist lille i en enkelt kapillar, men på grund af det store antal kommer blodet alligevel til at strømme væsentlig langsommere end i aorta, og blodet får berøring med et utroligt stort overfladeareal i lang tid.

Kapillærernes overflade udgør en halvgennemtrængelig membran, idet kun mindre molekyler som fx vand er i stand til at trænge gennem overfladen. Blodbanen indeholder røde blodlegemer og plasmaproteiner og dermed en højere koncentration af partikler end i vævsvæsken ude mellem kroppens celler. Herved opstår der en osmotisk trykforskel, der er rettet fra vævet ind mod blodbanen.

På arteriesiden er blodtrykket større end det osmotiske tryk, hvorfor de mindre molekyler (næringsstoffer) presses fra blodbanen ud i vævsvæsken. På venesiden, der ligger langt fra hjertet, er blodtrykket imidlertid faldet så meget, at det osmotiske tryk nu er størst.

Derfor sker der her en transport af mindre molekyler (affaldsstoffer) den modsatte vej ud i blodet.

Hvorfor kan en giraf leve?

Giraffens hjerte er placeret et stykke over vores hovedhøjde, og giraffer kan blive op til 5,8 m høje. Det kræver derfor et godt hjerte, at pumpe blod op til giraffens hjerne. Hjertet er derfor også en velfungerende pumpe på 11 kg, der kan pumpe 60 L blod ud i minuttet. Hjerte-hjerneafstanden kan blive to til tre meter, så blodtrykket i

hjernehøjde skal være mere end dobbelt så stort som hos mennesket. På den måde får giraffen det rette blodtryk i hjernehøjde, hvor trykket svarer nogenlunde til trykket i menneskehjernen.

Når giraffen bøjer hovedet for at drikke, vil man imidlertid forvente en trykstigning svarende til 5 meter væskehøjde. Et sindrigt system af elastiske blodkar i hjernen og et indviklet system af veneklapper i halsen sørger heldigvis for at udligne trykforskellene.

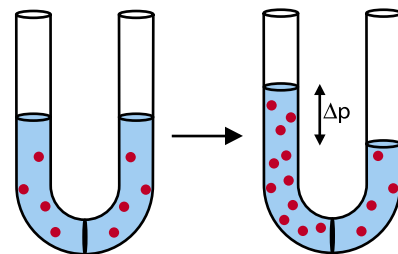
Ser man derimod på giraffens ben, så vil trykket uundgåeligt være langt større end hos mennesket både på arterie og på venesiden.

Når trykket på venesiden bliver for stort hindres væsken i vævet i at blive transporteret bort. Det giver hos mennesket hævede ben, der dog normalt forsvinder igen når vi ligger ned og sover. I liggende stilling formindskes det venøse tryk nemlig.

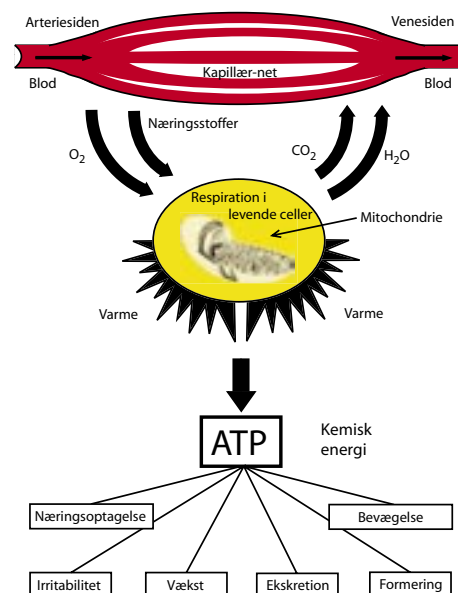
Hos giraffen er problemet blevet løst ved at have en tyk elastisk hud omkring benene, der kan modstå trykket, så hævelser undgås. Det svarer til den behandling med elastikbind, man giver ældre mennesker med vedvarende væskeansamlinger i benene.

Dinosaurerne løste et problem

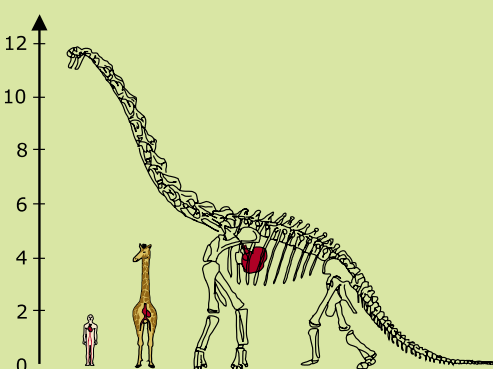
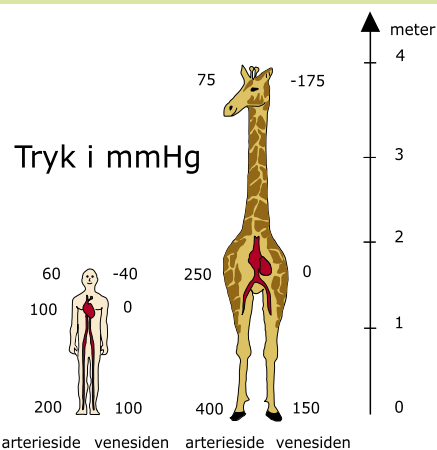
Giraffen er det højeste nulevende dyr. For mere end 60 millioner år siden færdedes dinosaurerne på Jorden. Deres hjerte-hjerneafstand kunne komme op på ca. 8 meter med hjertet placeret i ca. 4 meters højde. Hjernens højde over jorden overstiger derfor atmosfærens evne til at presse væsken op, så dinosaurerne må have været udstyret med tilbageløbsklapper i blodårerne og benyttede sig af jævnlige hovedsænkninger for at få løftet blodet op til hjernen.



En forøget partikelkoncentration på den ene side af en halvgennemtrængelig membran giver et forhøjet tryk i væsken – det såkaldte osmotiske tryk.



Blodet transporterer næringsstoffer ud til cellernes mitochondrier, hvor energien omsættes til kemisk energi i form af stoffet ATP, der senere kan udnyttes af fx muskler. I planternes fotosyntese går processen den modsatte vej, idet solenergi sammen med CO₂ og H₂O danner sukker i planternes grønkorn.



Formvariation og livsstrategi

I modsætning til mus og elefanter, der er skabt nogenlunde ens med fire ben samt en for- og en bagende, udspiller der sig en langt større formvariation inden for planteriget, lige fra de mindste encellede alger til de højeste træer.

Disse variationer i form afspejler en tilpasning til livet i særlige miljøer, forsvar mod græsning, konkurrence med andre planter osv. Ja selv inden for samme art kan der være meget store formvariationer.

Over store geografiske afstande er især temperatur og daglængde vigtige for planternes udbredelse, mens grænserne mere lokalt sættes af landskabets topografi, græsningstryk samt resurser af lys, vand og næringsstoffer og den indbyrdes konkurrence om disse.

En række af de nævnte parametre ændrer sig med tiden – i visse tilfælde helt uden mønster, andre er mere konstante, mens nogle udviser tydelige døgn- og/eller sæsonvariationer med indbyrdes sammenhænge.

Under disse variable forhold er udviklet forskellige vækst- og livsstrategier blandt planterne, hvor de enkelte arter




som led i tilpasningen har fået en fysisk form med specialiseret væv og funktioner, der gør dem i stand til at eksistere under særlige kår.

Planternes livsstrategier bygger på de muligheder og udfordringer, som miljøet giver dem. Man taler om stressfaktorer og forstyrrelser. Stressfaktorer handler om tilstedeværelse af og tilgang til resurser (fx lys, vand og næringssalte) og længden af gunstige vækstperioder afhænger af intervallet mellem forstyrrelser. Med det udgangspunkt har man opstillet et system med tre livstilske kategorier, hvor planterne benævnes som C-, S- og R-strategier, jf. diagrammet.

Sol og skygge

Det er en fælles egenskab ved alle planter, at de er *autotrofe*, dvs. de er i stand til at optage uorganiske stoffer fra omgivelserne gennem overfladen og ved hjælp af fotosyntese omdanne dem til organiske molekyler.

Sollyset er en nødvendig forudsætning for fotosyntesen og dermed for planternes produktion og vækst. Det er derfor vigtigt for planter at have en stor overflade eks-

	HØJ FORSTYRRELSE En mark der pløjes hvert år har fx en høj intensitet af forstyrrelse	LAV FORSTYRRELSE Et områdes hvor planterne kan udvikle sig i hundreder af år har lav intensitet af forstyrrelse
HØJT STRESS Ved fattige kår, hvor én eller flere resurser er begrænsede, er stressniveauet højt		S-strateger er stress-tolerante arter, som lever i stabile, resursefattige miljøer. 
LAVT STRESS Rigdom af resurser, som lys, vand, næringssalte etc. karakteriseres som et lavt stressniveau	R-strateger er typisk opportunistiske, små, hurtigt voksende arter. De har en kort levetid og en tidlig formering med et stort antal frø. 	C-strateger er arter med lang levetid. De er langsomt voksende og de har en sen formering. 

poneret mod omgivelserne. Det sikrer både at de får tilført tilstrækkelig med energi fra sollyset, men også at de kan optage de nødvendige næringsstoffer gennem overfladen.

For de højere planters vedkommende sker optagelsen af vand og nærings-salte ved fint forgrenede rødder i jorden, mens de grønne dele, bladene, løftes mod sollyset af en stængel.

Hos bøgetræet foregår fotosyntesen kun i de grønne blade, mens cellerne i stammen, grenene og i rødderne skal have tilført energi for at kunne leve. Det giver en meget lav vækstrate, men i et stabilt miljø vil bøgetræer kunne hæve sig over andre planter i konkurrencen om lys og derved udvikle et stort rodnet i konkurrencen om vand og nærings-salte. Bøgetræet er et udmærket eksempel på en C-strategi.

Da planternes vækst afhænger af indstrålingen, vil de planter, hvor al vævet er i stand til at bidrage til fotosyntesen, vokse hurtigere end de, hvor kun en del af vævet bidrager. Hos R-strategierne bidrager en stor del af biomassen til fotosyntesen.

Hos encellede og tynde, trådformede grønalger i havet har alt væv fotosyntese. En modsætning hertil er blæretang, en stor, læderagtig brunalge, som de fleste kender fra de danske strande. Blæretang har en del væv, fx i stilken, som ikke har fotosyntese. De encellede, tynde og trådformede grønalger kan i den sammenhæng ses som R-strategier med en hurtig vækst og en kort livscyklus, mens blæretang kan ses som C-strategi.

Selv blandt encellede alger er der forskel, idet den effektive absorption af lys nedsættes når deres volumen øges i forhold til overfladearealet. De grønkorn, der ligger nærmest overfladen, skygger for dem, der ligger længere inde i algen. Derfor er der en tendens til, at de mindste encellede alger er kugleformede, mens de større alger er flade og skiveformede – netop for at optimere overfladearealet i for-

hold til algens volumen og afkorte lysets vej gennem vævet. jf. figuren på side 2 nederst til højre.

Der vil ligeledes være en skyggeeffekt ned gennem vævet i planter, der er flere celler tykke, og ned gennem flere lag af blade. Skyggeeffekten afhænger også af mængden af grønkorn og pigmenter i cellerne.

Vandoptag og vandtransport

Vand indgår som element i planternes fotosyntese og det fungerer som transportmiddel for livsnødvendige nærings-salte.

Landplanterne transporterer vandet gennem kar, der er afstivede for at kunne modstå undertrykket i karrene. Det kræver en fordampning fra bladene for at denne vandtransport op i træet kan foregå.

Fordampningen giver et konstant sug, der forplanter sig helt ned i rødderne, hvor også nærings-saltene optages. Hos de allerstørste træer, *kæmpesequiaen*, kan denne transportvej være på over 100 meter. Hele vejen til toppen må vandet transporteres imod tyngdekraften. En 100 meter høj vandsøjle yder et tryk, der svarer til 10 atmosfæres tryk.

Planter i tørre egne må nødvendigvis økonomisere med vandressourserne, og de minimerer derfor fordampningen. Det betyder en langsommere vandtransport og dermed en lavere vækstrate.

Fordampning kan nedsættes ved at formindske overfladearealet i forhold til volumen.

Ørkenplanter – fx kaktusser – er ofte kugleformede eller de har tykke, grønne blade og stængler. Kaktusser er S-strategier, der er stress-tolerante arter i stabile, ressourcefattige miljøer. Kaktussernes langsomme væksthastighed bevirker, at de bl.a. må

beskytte sig mod græsning med pigge, torne eller giftstoffer.

Vandplanter derimod kan optage vand direkte gennem overfladen, mens der hos encellede alger er en meget kort transportvej fra overfladen, hvor de nødvendige stoffer optages, til de organeller i cellen, hvor de anvendes. Det giver en kort livscyklus, og vækstraten vil derfor afspejle tilgængeligheden af de nødvendige resurser.

Anderledes forholder det sig hos store træer, der transporterer vand og nærings-salte fra jorden via rødder, stamme og grene op til bladene. Hos flerårige planter kan den tidsmæssige kobling mellem nødvendige resurser og vækstbaserede behov være forskudt, og planten kan derfor opret-holde vækst gennem perioder med begrænsede resurser i omgivelserne.

De forskellige livsstrategier blandt naturens dværge og kæmper er gennem tiden udviklet og tilpasset de givne livsbetingelser. Studier af sammenhænge mellem organismernes størrelse og deres bygning, stofskifte og vækst hjælper med til at forstå deres biologi.



Kaj Sand-Jensen er professor i ferskvands-økologi ved Ferskvandsbiologisk Laboratorium, Københavns Universitet og tidligere professor i planters økologi og fysiologi ved Aarhus Universitet. I sin bog fra 2000: "Økologi og Biodiversitet" har han beskrevet mange af de generelle mønstre i naturen.

I en programerklæring skriver Kaj Sand-Jensen: Jeg kan godt lide gode historier om nye mekanismer og arternes fantasifulde tilpasninger, men jeg vil samtidig gerne vide, om mekanismerne og tilpasningerne er vigtige, kan forklares og måske indgår i større sammenhænge. Jeg er derfor tilhænger af at kombinere indblik i stadig flere detaljer med et overblik, som sætter tingene ind i større sammenhænge.

Allometriske sammenhænge mellem organismernes bygning, stofskifte og vækst over for deres størrelse er et sådant bevidst forsøg på at sikre overblik, så vi ikke blot kan udtale os om de få velundersøgte arter, men endog fremkomme med klare forudsigelser og beregninger vedrørende de mange arter, vi kun nødtørftigt eller måske aldrig har fået undersøgt.

I sin tid blev jeg inspireret af danskeren Axel Hemmingsens sammenstilling af dyrenes stofskifte fra mus til elefanter. Derfor har jeg sammen med mine studerende og kolleger arbejdet på at få hold på de grønne organismers stofskifte og vækst "fra mikroalger til bøgetræer". Klare sammenhænge har vist sig, og planterne og dyrene viste sig at adlyde mange af de samme principper. Men for de kommende generationer er der stadig tonsvis nyt at opdage og få på plads.



iPERSPEKTIV

Udgivet af Fysikforlaget med støtte fra Undervisningsministeriets tips/lottomidler og af Birch & Krogboe Fonden

Redaktion: Niels Elbrønd Hansen
Layout: Mette Qvistorff

Produktionsgruppe: Erik Frausing,
Niels Elbrønd Hansen (fagredaktør),
Kaj Sand-Jensen.

Fotos: Erik Frausing, AmphiPhot

www.perspektiv.gymfag.dk

Tryk: Budolfi Tryk, Aalborg

Oplag: 9.000